寄稿論文

中学生の一次関数の理解に関する研究
―中学２・３年生に対する調査を通して―

山崎　浩二[1)]・國宗　進[2)]

A Study of Lower Secondary School Students' Understanding of Linear Functions
— Through a survey of 2nd and 3rd graders —

Koji Yamazaki[1)] and Susumu Kunimune[2)]

Ⅰ．研究の背景

中学校の関数の学習指導は，小学校算数科で育んできた関数の考えなどを活かし，関数的な見方や考え方を働かせて事象を考察・表現し，数学的に問題解決できることを目指している。このことは，わが国の数学科カリキュラムでも常に強調されてきたことであり，現行の学習指導要領においても，「関数として捉えられる二つの数量について，変化と対応の特徴を見いだし，表，式，グラフを相互に関連付けて考察し表現すること」と「関数を用いて事象を捉え考察し表現すること」を通してその実現を目指している（文部科学省，2018)。

関数の学習指導については，旧くは小倉（1924/1973）が「函数の観念こそ数学教育の核心である．函数の関係を徹底せしめてこそ，数学教育は初めて有意義である」（p.113）とし，佐藤（1948）は，数学的思考の一つとして「函数的關係に於て考えること」（p.4）を強調した。

関数指導の目的は次の４つが考えられる（文部省，1978，p.61)。

(1) 事象の考察に際して関数関係を見いだす能力を伸ばす。
(2) 関数関係を表現したり，それによって関数関係の特徴を調べたりする能力を伸ばす。
(3) 基本的な関数について，その特徴を理解させる。
(4) 関数の意味についての理解を深め，関数的な見方・考え方や手法をいろいろな問題の解決に利用する能力を伸ばす。

阿部（1978）や古藤（1990)，太田（2009）はいずれも，関数を学習することの意義は数学的な問題解決過程における数学的な考え方の育成にあるとし，事象の中から様々な関数関係を見つけることや，表，グラフ，式を関連付けながら考察することの大切さを指摘している。長崎ら（2009）は，数学の学習で働く力を，「数学を生み出す力，数学を使う力，数学で表す力，数学で考え合う力」の４つの力で構成するとし，関数の学習はこの４つを総動員して行うものの一つであり，なおかつ数学的リテラシーの視座からも必要不可欠なものと捉えている。このように，関数の学習指導については，これまでにも数多くの考察がなされている。同時に，授業実践研究も積み重ねられている。最近では，関数指導のカリキュラム研究（小石沢他，2017，2018；近藤他，2019，2020；久保他，2013）や関数を用いて日常事象での問題を解決する活動に関する研究（清水，2003；永田，2004；清野，2004；藤原，2010；高橋他，2015）などがある。

ところが，生徒の関数の理解度については，必ずしも十分とは言えない。関数概念の意味理解，関数関係を見いだして表，グラフ，式を相互に関

1）日本大学文理学部
2）元静岡大学

1）College of Humanities and Sciences, Nihon University
2）Shizuoka University, Emeritus Professor

連させながら考察すること，関数を用いて事象を捉え問題を解決したり説明したりすることなどに課題があることが指摘され続けている（国立教育政策研究所，20222；鈴木康，2023）。算数科での伴って変わる二つの数量の関係の学習とどう関連付け，関数的な見方や考え方へとどうつなげていくのかについてもさらに検討を要する。これら様々な課題の改善にあたっては，関数の学習状況について，生徒一人ひとりのより詳細な理解度の把握が必要である（國宗，2023；山崎，2023）。

関数の学習において生徒の豊かな数学的活動を通して，より確かな概念形成と意味理解を図るとともに，関数を用いて事象を考察する力を伸ばすことは，中・高等学校での数学の学習には欠かせぬものであり，数学を学ぶことの意義を実感させ，生涯にわたって必要となる数学の素養を身に付けるための具体的な指導を考察する上でも大切なことである。

Ⅱ．研究の目的・方法

本研究の目的は，特に中学校数学科において，よりよい関数指導の実現のために，一次関数についての生徒の理解度をより明らかにし，得られた結果から指導への示唆を得ることである。

この目的を達成するために，関数の理解度を把握するための観点を設定し，調査問題を作成する。それを中2・中3を対象に実施，分析し，その結果に基づいて指導改善について提案する。

Ⅲ．一次関数の理解に関する調査

1. 分析の観点と問題の構成

(1) 理解度の分析の観点

本研究では，「一次関数を理解している」ことを以下の2つの観点ア，イにより規定している。

ア．関数の基礎的内容の理解

イ．事象を関数を用いて考察することの理解

アは，関数の学習に必要な基礎的内容に関するものであり，表，グラフ，式の関係，変化の割合や傾き・切片，グラフや条件からの式表現などの理解に関するものなどである。これらは事象の考察に際して基本的な道具としても使われる。

イは，事象を関数を用いて考察することであり，例えば，図形の辺上を動く点に関する事象や，一次関数とみなして予測し考察することなどに関するものである。

(2) 調査問題の構成

規定した観点に則り，調査問題は，アについては問題1から4を，イについては問題5・6を，実践事例や教科書の問題を参考にして作成した。

調査問題の観点，各問題の趣旨等は図1のようになる。

観点	問題	問題数	問題の趣旨
ア　関数の基礎的内容の理解	1	5	表，グラフ，式の関係・変化の割合の理解
	2	3	傾き・切片の理解
	3・4	3	関係の式表現（問題4は解き方の説明含む）
イ　事象を関数を用いて考察することの理解	5	3	図形の辺上を動く点と面積との関係の考察
	6	1	一次関数とみなしての考察とその説明

図 1　調査問題の観点とその構成

(3) 調査対象・方法・問題等

① 調査対象・人数

調査対象は，北海道，岩手，神奈川地区の公立中学校2，3年生であり，調査人数は，2年生265名，3年生257名，総計522名である。

② 調査時期

2023（令和5）年2～3月

③ 調査方法・時間

ペーパーテストで2学年とも同一問題で実施している。3地区とも30～40分程度での実施を依頼し，時間切れのないようにも依頼している。

④ 調査問題

調査問題は図2の通りである（解答欄省略）。

2. 調査結果とその分析

(1) 正答数の分布

全15問の正答数の分布は表1の通りである．平均正答数は2年8.2問（SD＝4.5），3年8.3問（SD＝4.6）である。

なお，全ての問題について，学年間の正答率に差はなかった（$p<0.05$）。

表 1　正答数の分布（2年n＝265，3年n＝257）

正答数（問）		0～5	6～10	11～15
反応率（%）	2年	35.8	24.9	39.2
	3年	34.6	25.7	39.7

1　次の表で，y は x の一次関数です。次の各問いに答えなさい。

x	2	3	4	5	・・・	8
y	2	4	6	ア	・・・	イ

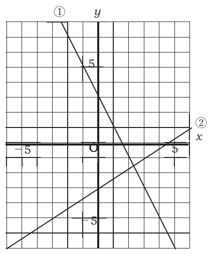
(1)　上の表の**ア**，**イ**のそれぞれにあてはまる y の値を求めなさい。
(2)　x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。
(3)　y を x の式で表しなさい。
(4)　この一次関数のグラフをかきなさい。

2　次の各問いについて，①〜③の中からあてはまるものをすべて選び□記号で答えなさい。

①　$y=2x+3$　　②　$y=-3x+4$　　③　$y=$! ! -5

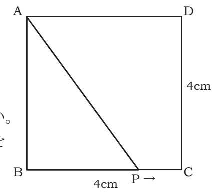
(1)　x の値が増加すると，対応する y の値が減少するのはどれですか。
(2)　グラフが右上がりの直線になるのはどれですか。
(3)　グラフが y 軸上の点（0，3）で交わるのはどれですか。

3　右の図について，次の各問いに答えなさい。
(1)　直線①の式を求めなさい。
(2)　原点 O を通り，直線②に平行な直線の式を求めなさい。



4　2 点（2，4），（5，13）を通る直線の式を求めなさい。

5　右の図の正方形 ABCD において，点 P は，B を出発して辺 BC 上を C まで動き，さらに辺 CD 上を D まで，そして辺 DA 上を A まで動きます。
点 P が B から x cm 動いたときの△ABP の面積を y cm^2 として，次の各問いに答えなさい。
(1)　点 P が B から C まで動く場合について，y を x の式で表しなさい。



点 P が C から D まで動く場合は，y は一定です。
(2) では，点 P が D から A まで動く場合について，y を x の式で表しなさい。
(3)　点 P が B から C，D を通過して A まで動く場合について，右の図に x と y の関係をグラフで表しなさい。

6　ビーカーに水を入れて，アルコールランプで温める実験をしました。
温め始めてから x 分後のビーカーの中の水の温度を y ℃として，x と y の関係を調べたら，右の表のようになりました。

温め始めてからの時間（x 分）	0	1	2	3	4	5	6
ビーカーの中の水の温度（y℃）	20.0	23.0	28.0	31.5	36.0	40.0	44.5

水の温度が 80℃になるのは，温め始めてからおよそ何分後ですか。
また，あなたがそう考えた理由を，友達にもわかるように説明しなさい。

図 2　調査問題

表 2　調査問題の観点・主な内容 及び 正答数・正答率・無答数・無答率　（全体・中2・中3）

（全体 $n=522$・中2 $n=265$・中3 $n=257$）

問題	観点	ア　関数の基礎的内容の理解												イ　事象を関数を用いて考察することの理解				
	問題	1					2			3		4		5			6	
	小問	(1)ア	(1)イ	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	答	解き方	(1)	(2)	(3)	答	理由
	主な内容	表，グラフ，式の関係・変化の割合					傾き・切片			関係の式表現				図形の辺上を動く点と面積との関係の考察			一次関数とみなしての考察	
問題形式	選択						○	○	○									
	短答	○		○	○					○	○	○		○	○		○	
	記述					○							○			○		○
正答数(名)	全体	501	451	332	269	293	346	284	345	300	247	267		250	89	203	144	
正答率(%)		95.9	86.3	63.6	51.5	56.1	66.2	54.4	66	57.4	47.3	51.1		47.8	17	38.8	27.5	
無答数(名)		9	10	65	62	70	17	19	29	64	109	173		161	196	173	175	
無答率(%)		1.7	1.9	12.4	11.8	13.4	3.2	3.6	5.5	12.2	20.8	33.1		30.8	37.5	33.1	33.5	
正答数(名)	中2	256	225	176	140	154	174	140	178	155	119	126		119	40	103	78	
正答率(%)		96.6	84.9	66.4	52.8	58.1	65.6	52.8	67.1	58.4	44.9	47.5		44.9	15	38.8	29.4	
無答数(名)		4	5	32	24	33	7	6	10	24	54	91		46	78	96	75	
無答率(%)		1.5	1.8	12	9	12.4	2.6	2.2	3.7	9	20.3	34.3		17.3	29.4	36.2	28.3	
正答数(名)	中3	245	226	156	129	139	172	144	167	145	128	141		131	49	100	66	
正答率(%)		95.3	87.9	60.7	50.1	54	66.9	56	64.9	56.4	49.8	54.8		50.9	19	38.9	25.6	
無答数(名)		5	5	33	38	37	10	13	19	40	55	82		56	83	100	100	
無答率(%)		1.9	1.9	12.8	14.7	14.3	3.8	5	7.3	15.5	21.4	31.9		21.7	32.2	38.9	38.9	

(2) 問題別，学年別正答率とその全体的な傾向

① 問題別の正答率

問題別の正答率は表2・3・4・5の通りである。正答率が高かったのは，2，3年とも問題1（1）ア，問題1（1）イ，問題2（1），問題2（3）である。正答率が低かったのは，2，3年とも問題5（2），問題6，問題5（3）である。

②「関数の基礎的内容の理解」に関する結果

表 3　「関数の基礎的内容の理解」（問題1）の問題別正答率（数値は％）

問題	1(1)		1(2)	1(3)	1(4)
	ア	イ			
2年	96.6	84.9	66.4	52.8	58.1
3年	95.3	87.9	60.7	50.1	54.0

表 4　「関数の基礎的内容の理解」（問題2～4）の問題別正答率（数値は％）

問題	2(1)	2(2)	2(3)	3(1)	3(2)	4
2年	65.6	52.8	67.1	58.4	44.9	47.5
3年	66.9	56.0	64.9	56.4	49.8	54.8

1）問題１（1）の正答率は，2，3年ともに80％を超え，満足いく結果であるが，それ以外は60％前後が多く，50％に満たないものもある。表，グラフ，式の関係，変化の割合や傾き，式表現など，基礎的内容の理解が十分とは言えない。

2）グラフから式を求める問題3や条件を満たす一次関数の式を求める問題4の正答率も50％程度で，しかも問題4は2，3年とも無答率も高く，関係の式表現は十分とは言えない。

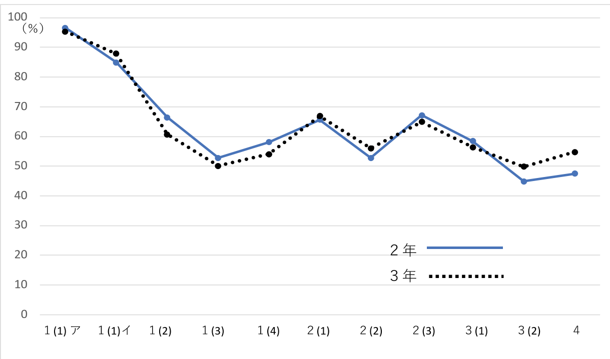


図 3　問題別正答率（関数の基礎的内容の理解）

③「事象を関数を用いて考察することの理解」に関する結果

表 5　「事象を関数を用いて考察することの理解」（問題5・6）の問題別正答率（数値は％）

問題	5(1)	5(2)	5(3)	6
2年	44.9	15.0	38.8	29.4
3年	50.9	19.0	38.9	25.6

1）問題5の図形の辺上を点が動くときの三角形の面積を考察する問題は，現行の全ての教科書で扱われているが，正答率は3問とも低く，（2）は2，3年とも20％に満たない。

2）問題6で，二つの数量の関係を一次関数とみなして考察し，理由も説明して結果を正しく予測できたのは全体の1/4程度である。問題5とともに無答率も高く，関数とみなして問題を考察することが理解できていない。

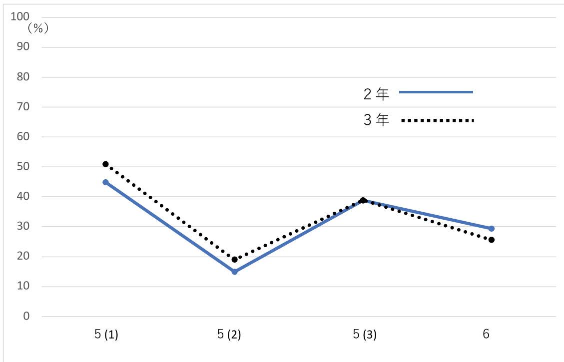


図 4　問題別正答率（関数を用いての考察）

(3) 各問題の結果とその分析

① 問題１の結果

問題１の解答例は表6・7の通りである。

表 6　問題1・2の解答例とその割合（数値は％）

問1(1)ア	8(正答)	10	7		無答
2年	96.6	1.1	0.4		1.5
3年	95.3	0.4	0.8		1.9
問1(1)イ	14(正答)	16	12	10	無答
2年	84.9	6.0	3.8	0.8	1.8
3年	87.9	5.1	2.3	1.1	1.9
問1(2)	2(正答)	4	1/2	3	無答
2年	66.4	10.9	1.1	1.1	12.0
3年	60.7	6.6	4.3	1.6	12.8

表 7　問題1(3)・(4)の解答例とその割合(数値は%)

	解答例	2年	3年
問1(3)	$y=2x-2$（正答）	52.8	50.1
	$y=2x$	7.5	9.3
	$y=2x+2$	8.7	1.9
	無答	9.0	14.7
問1(4)	$y=2x-2$のグラフ（正答）	58.1	54.0
	$y=2x$のグラフ	3.8	5.8
	$y=2x+2$のグラフ	4.2	1.2
	無答	12.4	14.3

1）5問とも正答は2年38.9%，3年38.1%である。5問とも不正答は2年2.6%，3年は3.5%であった。

2）(1) イで16と誤答した生徒が2年6.0%，3年5.1%いた。xの値を2倍したと思われるが，そのほとんどがアを正答している。

3）(2) が誤答の2年21.5%，3年26.5%のうち，2，3年ともその約1/3は (3) が正答である。(3) が誤答でも$y=2x$や$y=2x+2$など変化の割合が2の式をつくっているものも少なくない。特に2年は誤答の約1/3が2にしている。また，(2) が無答でも (3) が正答，もしくは誤答でも変化の割合が2の式をつくっているものもある。表から変化の割合が求められない生徒のうち，2年は約半数，3年は1/3が$y=ax+b$のaの値を求めているので，それが一定であることの理解が不十分な可能性もある。

4）(3) で式が誤答でも，2，3年ともそのうちの約20%は (4) のグラフはかけている。逆に，式が正答でグラフがかけない生徒は2，3年とも10%に満たない。式よりグラフの方が理解しやすいのかもしれない。

② 問題2の結果

問題2の解答例は表8の通りである。

表 8　問題2の解答例とその割合（数値は%）

問2(1)	②(正)	③	② ③	① ③	①	無
2年	65.6	22.3	5.7	1.5	1.1	2.6
3年	66.9	15.2	10.9	1.2	0.8	3.8
問2(2)	①③ (正)	①	③	① ②	②	無
2年	52.8	26.0	6.0	5.3	5.7	2.2
3年	56.0	25.9	4.3	2.7	3.9	5.0
問2(3)	①(正)	③	① ③	② ③	②	無
2年	67.1	14.0	0.8	0.8	12.1	3.7
3年	64.9	12.5	1.9	1.9	8.9	7.3

1）3問とも正答は2年43.4%，3年44.4%である．3問とも不正答は2年17.7%，3年17.9%，3問とも無答は2年2.3%，3年3.5%だった。

傾きや変化の割合の意味理解が十分ではない。

2）(1) で③を選択したものは2年29.5%，3年27.3%だった。また，(2) では③を選択してないものが2年37.0%，3年32.5%だった。比例定数が分数の場合は，「xの値が増加するとyの値は減少する」と考えている生徒が多い．このことは学年が上がっても理解が進んでいない。

3）(2) で②を選択したものは2年11.0%，3年6.1%だった。この生徒は比例定数が負の数の場合のxとyの値の増減の理解が不十分である。

③ 問題3の結果

問題3の解答例は表9の通りである。

表 9　問題3の解答例とその割合（数値は%）

	解答例	2年	3年
問3(1)	$y=-2x+3$（正答）	58.4	56.4
	$y=2x+3$	5.7	4.7
	$y=3x-2$	3.8	0.8
	無答	9.0	15.5
問3(2)	$y=2/3x$（正答）	44.9	49.8
	$y=2/3x-3$	9.4	5.4
	$y=2/3x+3$	0.8	3.5
	無答	20.3	21.4

1）2問とも正答は2年38.9%，3年43.2%であり，2問とも不正答は2年35.8%，3年37.4%である。(1) が無答なら (2) もほぼ無答である。

2）(1) では，グラフから式をつくれなかった生徒が半数近くいた。誤答のうち，2，3年とも約60%が傾きが正の数だった。そのうち，2，3年とも約1/4は傾きが2だった。

3）(2) の誤答のうち，傾きを2/3としたのは2年

では半数近く，3年も約1/3だった。誤答でも，平行ならば傾きは等しいことは分かっている生徒が含まれている可能性はある。

④ 問題4の結果

1）正答率は2年47.5％，3年54.8％で，直線の式を求められたのは半数程度である。誤答でも何らかの式を答えた生徒は，2，3年とも15％程度に止まり，約1/3は無答である。式をつくる方法，あるいは「直線の式」という用語の意味が分かっていないことも考えられる。

2）解き方については，「2点の座標から直線の傾きを先に求め，1点の座標の値を代入しy切片を求めた」ものが2年34.7％，3年31.9％で，「2点の座標から連立方程式をつくり$y=ax+b$のa，bの値を求めた」ものが2年24.9％，3年29.6％であった。2，3年とも傾きを先に求めたものの方が多かった。正答率は，傾きが2年27.5％，3年26.8％，連立方程式は2年が18.1％，3年26.1％で，解き方による正答率の差は見られなかった。だが，同じ解き方の学年間の正答率は，連立方程式を用いた方は3年の方が有意に高かった（$p=0.019<0.05$）。また，傾きを先に求めた生徒は，問題4以外のすべての問題の正答率が連立方程式を用いた生徒よりも有意に高かった（$p<0.05$）。

⑤ 問題5の結果

問題5の解答例とタイプ別の解答とその割合は表10・11の通りである。

表10　問題5の解答例とその割合（数値は％）

	解答例	2年	3年
問5(1)	$y=2x$（正答）	44.9	50.9
	$y=4x$	8.7	5.8
	$y=x+4$	4.2	0.8
	無答	17.3	21.7
問5(2)	$y=-2x+24$（正答）	15.0	19.0
	$y=2x$	6.0	8.9
	$y=-2x+8$	4.2	7.8
	無答	29.4	32.2
問5(3)	（正答　グラフ表示）	38.8	38.9
	無答	36.2	38.9

表11　問題5のタイプ別解答と割合（数値は％）

タイプ	（1）	（2）	（3）	2年	3年
a	○	○	○	14.3	17.9
b	○	○	×	0.4	0.8
c	○	×	○	18.9	21.8
d	×	○	○	0.8	0
e	○	×	×	8.7	13.2
f	×	○	×	0	0.4
g	×	×	○	2.2	1.9
h	×	×	×	52.1	46.7

1）（1）の正答率は2年44.9％，3年50.9％で，無答率は2，3年とも20％程度である。問題5は，変域によって変化の仕方が異なることが難度を高めているが，$0 \leqq x \leqq 4$の場合にxとyの関係を式で表すことは半数程度はできていた。

2）（2）の正答率は，（1）に比べ両学年とも30ポイント程度低く，本調査の中で最低の結果になった。無答率も両学年ともおよそ30％である。点PがBから$x$cm動くとき，$8<x \leqq 12$の場合の図形の面積を$y$cm²として，その関係を考察し，式表現することは難しい。

3）（2）の誤答のうち，傾きを負の数にしていたものは2，3年合わせて15.7％いた。内訳は－2（2年12.5％，3年15.2％），－4（2年2.6％，3年0.4％），－1（2年1.1％，3年1.2％）だった。

4）生徒一人ひとりの（1），（2），（3）の回答をタイプ別に分類してみると，表10のようになった。3問とも正答した（aタイプ）2年14.3％，3年17.9％は，（2）の正答率とほぼ一致している。一方，3問とも不正答（hタイプ）は2，3年ともほぼ半数である。また，2，3年とも約20％が3問のうち（2）だけ不正答（cタイプ）だった。（1），（3）だけなら2，3年とも1/3の生徒が2問とも正答している。

5）無答率は3問とも高い。（2）は2年，3年とも正答率より無答率の方が高く，（3）は1/3以上が無答である。3問とも無答の生徒も2年52.1％，3年46.7％いて，そのうちの3/4は問題6でも無答である。

⑥ **問題6の結果**

問題6の解答例は表12の通りである。

表12　問題6の解答例とその割合（数値は％）

問題6　解答例		2年	3年
◎ ○	y=4x+20を明示し求める 15分後（正答）	12.5 1.9	10.9 2.0
◎ ○	表から1分毎に約4℃上昇 60÷4=15　15分後（正答）	5.3 0.8	2.3 1.6
◎ ○	表から5分毎に20℃上昇 15分後（正答）	5.7 2.3	2.7 2.7
◎ ○	その他の理由 （正答）14分後など	0 1.1	1.2 2.3
×	比例　5分で40℃なので80℃は 2倍の10分後	6.8	9.7
×	（誤答例） ・表から1分毎に約4℃上昇 80÷4=20　20分後 ・1分毎に平均4.8℃（÷6で計算） 12.5分後	29.4	21.8
×	表で調べる記述（説明なし）	10.6	6.2
無答		28.3	38.9

1）80°Cになる時間を予測したものは2年70.6％，3年62.7％であり，説明を記述しているものは2年63.8％，3年57.2％であった。

2）説明も含めて正答は2年29.4％，3年25.7％である。正答の記述のうち，説明の内容が十分と判断できたもの（表11の◎）は2年23.5％，3年17.1％，ある程度十分と判断したもの（表11の◯）は2年6.1％，3年8.6％であった。

3）不正答は2年70.6％，3年74.3％で，そのうち無答は2年28.3％，3年38.9％であった。この生徒はほぼ他の問題の正答率も低いが，中には問題6以外の正答率が8割以上も10名いた。

4）説明の内容は主に以下の4つに分類できた。

ア：表から$y=4x+20$を立式して求める（2年14.3％，3年生12.8％）．予測時間は「15分後」の他に「720/49分後」が1名いた。

イ：表の値がおよそ1分ごとに4℃ずつ上昇する。変化の様子から60÷4＝15と求める（2年6.0％，3年生3.9％）。予測時間は「15分後」の他に，「14分後」「17分後」が1名ずついた。

ウ：表から5分ごとに20℃ずつ上昇する。変化の様子を用いて60÷20＝3 3×5＝15と求める（2年生が7.9％，3年生が5.4％）。

エ：その他の方法で求める（2年1.1％，3年3.5％）。予測時間は「15分後」の他に「14分後」が1名いた。

5）正答の生徒は，問題6以外の問題の正答率も高く，特に上記ア，イの生徒は基礎的内容の問題の正答率も高かった。

6）誤答のうち，2量の関係を比例と捉えているものが2年6.8％，3年9.7％だった。その多くが「5分後に40℃なので，80℃になるのは2倍の10分後」と予測している。このうち，2年の約半数，3年の1/3は全問題の正答数が半分以下だが，8割以上正答している生徒も7名いる。このうち1名は問題6以外は全て正答である。

7）この他の誤答では，1分あたりの上昇温度の計算違いや求めた式への代入値の間違いなど，式や計算処理の際の誤答が多い。1分で4℃ずつ上昇するので80÷4＝20で20分とするものや1分ごとに3.0，5.0，3.5，4.5，4.0，4.5と上昇する様子をそのまま続けて適用するものもあった。

8）説明で，「一次関数とみなして・考えて・仮に…として」など，一次関数と仮定して考察した記述が見られたものは2年2.6％，3年3.5％しかいない。「およそ4℃ずつ増える」，「平均が約4℃」などの記述は2年16.6％，3年22.2％だった。それ以外はそのような記述は見られない。

9）グラフをかいて予測しようとした生徒は一人もいなかった。

（4）調査結果の考察

①「関数の基礎的内容の理解」に関する考察

1）表，グラフ，式の関係の理解

問題1，2，3の結果から，表，グラフ，式の関係，変化の割合や傾きの理解など，基礎的内容が理解が十分とは言えないことが明らかになった。特に，変化の割合が求められても，表から式に表すこと，式からグラフの特徴を読み取ることが十分とは言えず，またグラフがかけても基礎的内容まで理解しているわけでもない。

2）変化の割合の意味理解

基礎的内容に関して，正答率が低い問題はいずれも変化の割合や傾きが関わっていて，その意味

理解が十分ではないことが明らかになった。「xの値の増加量に対するyの値の増加量」という概念の難しさとともに，比例についての変化の捉え方と関わる内容も少なくなく，算数や中1の学習で既につまずいていることも考えられる。

3）式表現の技能

グラフから式を求めること，条件を満たす関数の式を求めることの正答率はいずれも50％程度で，特に式表現に関する基礎的内容の理解も十分とは言えない。問題4の結果からは，2点の座標から連立方程式を用いて直線の式を求める生徒の中には，変化の割合の意味理解が不十分なまま形式的に求めている者がいることもうかがえた。

②「事象を関数を用いて考察することの理解」に関する考察

1）事象を変域に応じて考察すること

具体的な事象を関数を用いて考察し，式や表に表すことの理解は十分とは言えなかった。問題5のように図形の辺上を点が動くときの三角形の面積を考察する問題は，解決できる生徒とそうでない生徒とが2極化している様子も見られた。一方，式に表せなくてもグラフはかける生徒がいる。事象の考察に際しては，生徒の理解に応じた指導展開の一層の工夫が必要である。

2）一次関数とみなして事象を考察すること

二つの数量の関係を一次関数とみなして考察したり予測したりする問題6ができたのは全体の1/4程度である。このような行動ができる生徒とそうではない生徒が分かれている様子もうかがえた。予測した過程を説明することも十分とは言えず，それは基礎的内容の理解が十分な生徒にも言えることであった。一次関数とみなして事象を考察する問題は，現行のすべての教科書で扱われているが，その扱い方は異なり，指導者の重点の置き方も様々であることが想像される。授業を通して，生徒が2量の関係を一次関数とみなして問題解決することをどう学んだのかにも関係するであろう。

Ⅳ．調査結果から得られた指導への示唆

(1）関数の理解度を深める指導を段階的に行う

「一次関数の基礎的内容」，「事象を関数を用いて考察すること」については，ともに十分理解しているとは言えず，その理解度は学年が上がってもほとんど変わらないことが明らかになった。半数近くの生徒が，中2の一次関数の理解が不十分のまま中3の関数$y=ax^2$を学習している可能性がある。このような実態を踏まえて，中学校各学年での関数の学習指導を構想する必要がある。

(2）変化の割合に関する学習指導を重視する

Ⅲ．(4）①の1）で指摘したように，変化の割合の意味理解は十分でない。このことは全国学力・学習状況調査結果でも同様の指摘がなされ，概念の難しさとともに，広く割合の理解とも関わっている。変化の割合の理解を深めることを意図して，例えば，次のような学習指導を重視する。

・表をかいてそれを観察し，xの値がどこからどれだけ増加しようとも，（yの値の増加量）/（xの値の増加量）は一定であることを確かめる。
・2点を通る直線の式$y=ax+b$を求める際には，まずaの値を求めてからbの値を決める方法を重視して，変化の割合の理解を深める。
・事象を関数を用いて考察する場面では，変化の割合に着目して考察を進めることを推奨する。

なお，関数の関係を見いだす際には，比例に依存する生徒もいた。一次関数の特徴を，正比例との異同も扱いながら調べることが重要である。算数や中1の学習との接続の在り方も含めて検討したい（日野，2010；水谷，2023）。

(3）関数の学習での観察・操作・実験を充実する

関数指導では，表，グラフや式を使って変化や対応の様子を調べることの重要性が繰返されているが，今回の調査結果からは，表やグラフが表す関係を式で表したり，与えられた条件からその関係を式で表したりすることに戸惑う生徒の姿が明らかになった。関数は，本来は事象を考察するための道具であり（長崎他，1997），その指導の目的は1.（1）で述べたように数学的な問題解決能力の育成にあるが，いつの間にか事象の考察から

離れ，生徒は指示されるままに表やグラフをかいたり式をつくったりしている。あらためて，事象の考察に際して，関数関係を見いだす能力を伸ばす指導を重視したい。

事象の中の数量の関係を捉える際には，まず表を作成し，その観察を十分に行うことで変化や対応の様子を捉え，グラフや式で表して考察を深めていく展開を考える。生徒にとって解決する必要がある具体的な事象や問題を用意し，解決に必要となる2量を自ら見いだし，その変化や対応の特徴を調べたくなるような，生徒自身が主体的に追究の姿勢をもつ学習が一層必要である（例えば，小石沢，2023）。このような，関数の学習における観察，操作，実験の重要性を再認識したい。その際は，ICTを用いて生徒の追究を支えていくことも必須となる。

(4) 関数指導での数学的活動を一層充実する

事象を数学的に解釈し，問題解決に関数を活用できることや，表，グラフ，式などの数学的な表現を用いて説明することについても課題が明らかになった。特に図形の辺上を動く点に関する問題5は，生徒にとっては難易度の高いものであった。今後，中学校での関数の指導において，あらためて何を目指すのか，どこまでを目指すのかという議論まで立ち入る必要もあろう。

また，具体的な事象を一次関数とみなして問題解決する学習指導については，厳密には一次関数ではなくとも一次関数とみなすことで未来を予測できることや，どのように一次関数とみなしたかによって予測が必ずしも一意にはならないことなど，その有用性や妥当性についても併せて理解する必要がある。この指導については，教員も生徒も，未だ過渡期にあり，事象をどのような段階で取り上げ，どう学習指導を展開するのかという点からの具体的検討が欠かせない（高橋他，2015；藤原，2023；鈴木誠，2023）。

具体的事象を関数を用いて考察することの意味を理解し，問題解決のための方法知として身に付けていくためには，事象から関数関係を見いだしたり，仮定を立てて理想化・単純化して事象の中の2つの数量を関数と見なして考えたり，近似的に考えて予測・判断したりする数学的活動を重ねるとともに，それら一連の活動の過程を数学的に伝え合う経験をより充実させていく必要がある。

(5) 今後の課題

本研究では，中2・中3の一次関数の理解度について，「関数の基礎的内容の理解」と「事象を関数を用いて考察することの理解」の2つの観点を設定し，分析した。今後は，算数科や中1の比例，反比例と一次関数との理解度の関係，さらには生徒の関数の問題解決過程の様相についてより詳細な分析・考察が必要である。

本研究の推進にあたり，調査にご協力いただいた学校，先生方，生徒の皆さんに心より感謝申し上げます。

なお，本稿は，以下の論文に大幅に加筆・修正したものである。

山崎浩二・國宗進（2023）一次関数の理解に関する研究－中学2・3年生に対する調査を通して－．日本数学教育学会第56回秋期研究大会発表集録，349-352.

引用・参考文献

阿部浩一（1978）．関数の指導内容の理論的考察．阿部浩一・古藤怜他編，新・中学校数学指導講座4（pp.3-32）．金子書房.

藤原大樹（2010）．一次関数とみなすことの指導に関しての事例的研究．日本科学教育学会年会論文集，34，137-140.
https://doi.org/10.14935/jssep.34.0_137

藤原大樹（2023）．一次関数とみなすことの段階的指導で扱う教材の分類と授業化．日本数学教育学会第11回春期研究大会論文集，95-102.

日野圭子（2010）．中学校比例の授業での生徒の表・式・グラフの内化の様相－グラフに焦点をあてて－．日本数学教育学会第43回数学教育論文発表会論文集，211-216.

小石沢勝之・近藤俊男・大根田裕（2017）．中学校関数領域のカリキュラム開発に向けて（Ⅰ）．筑波大学附属中学校研究紀要，69，43-54.

小石沢勝之・近藤俊男・大根田裕・今井友理（2018）．中学校関数領域のカリキュラム開発に向けて（Ⅱ）．筑波大学附属中学校研究紀要，70，59-74.

小石沢勝之（2023）．伴って変わる数量を見いだす指導に関する一考察．日本数学教育学会第11回春期研究大会論文集，87-94.

国立教育政策研究所（2022）．令和4年度全国学力・学習状況調査報告書 中学校数学.

近藤俊男・小石沢勝之・石黒友一・大根田裕（2019）．中学校関数領域のカリキュラム開発に向けて（Ⅲ）．筑波大学附属中学校研究紀要，71，41-54.

近藤俊男・小石沢勝之・石黒友一・大根田裕（2020）．中学校関数領域のカリキュラム開発に向けて（Ⅳ）．筑波大学附属中学校研究紀要，72，67-80.

古藤怜（1990）．関数指導内容の概観と問題点の考察．平林一栄・古藤怜・福森信夫他編，新・中学校数学指導実践講座4数量関係（pp.3-37）．金子書房.

久保拓也・岡崎正和（2013）．小中接続期における関数概念の発達の様相に関する研究．全国数学教育学会誌数学教育研究，19（2），175-183
https://doi.org/10.24529/jasme.19.2_175

國宗進・大阪誠・望月敏行（1993）．１次関数の指導について．静岡大学教育学部教育実践研究センター紀要，2，39-68

國宗進（2023）．中学校関数指導での事象の重視に関する改善の視点．日本数学教育学会第11回春期研究大会論文集，107-110.

水谷尚人（2023）．中学校第 1学年の関数領域における学習の状況と課題，日本数学教育学会第11回春期研究大会論文集，73-78.

文部省（1978）．中学校学習指導要領指導書数学編．大日本図書.

文部科学省（2018）．中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編．日本文教出版.

長崎栄三・國宗進・重松敬一・関口靖弘・瀬沼花子・日野圭子（1997）．算数・数学科カリキュラムの改善に関する研究．国立教育研究所.

長崎栄三（2009）．数学の力の育成を目指して，長崎栄三他編，豊かな数学の授業を創る（pp.184-195）．明治図書.

永田潤一郎（2004）.「比例するとみなす」ことのよさについての考察．日本数学教育学会数学教育，86（3），13-20.
https://doi.org/10.32296/jjsme.86.3_13

中島健三他（1995）．算数の基礎学力をどうとらえるか，東洋館出版社.

小倉金之助（1973）．数学教育の根本問題，小倉金之助著作集4，勁草書房．（原著出版1924年）

太田伸也（2009）．関数の授業．長崎栄三他編，豊かな数学の授業を創る（pp.61-66）．明治図書.

佐藤良一郎（1948）．初等数学教育の再考察．日本数学教育会誌，1（2），4.
https://doi.org/10.32296/jjsmem.1.2_1

清野辰彦（2004）.「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の授業－「一次関数と見る」見方に焦点を当ててー．日本数学教育学会数学教育，86（1），11-21.
https://doi.org/10.32296/jjsme.86.1_11

清水宏幸（2003）．比例とみて問題を解くことのよさを感じさせる指導．日本数学教育学会数学教育，85（11），25-30.
https://doi.org/10.32296/jjsme.85.11_25

鈴木誠（2023）．中学校数学科における関数とみなすことの指導の実態把握－教科書分析を通して－．日本数学教育学会第56回秋期研究大会発表集録，325-332.

鈴木康志（2023）．生徒はどのように一次関数と判断するか．日本数学教育学会第11回春期研究大会論文集，103-106.

高橋達也・鈴木直・國宗進・熊倉啓之（2015）．１次関数とみなす活動を重視した学習指導，静岡大学教育実践総合センター紀要，43-52

山崎浩二（2023）．中学校数学科における一次関数の理解度に関する調査研究．日本数学教育学会第11回春期研究大会論文集，79-86.